

- (20p) 1. Alina este cu patru ani mai mică decât sora sa, Bianca, iar media aritmetică a vârstelor lor este 12 ani. Calculați:
a) Ce vârstă are sora cea mai mică.
b) Peste câți ani suma vârstelor celor două surori va fi egală cu 34 de ani.
- (10p) 2. Pentru un număr real nenul x fixat se notează $x + \frac{1}{x} = t$.
a) Exprimați, în funcție de t , $E = x^2 + \frac{1}{x^2}$ și $F = x^3 + \frac{1}{x^3}$;
b) Determinați mulțimea $M = \left\{ x \in \mathbb{R}^* / x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2} \right\}$.
- (10p) 3. Determinați cel mai mare număr natural m pentru care $\frac{2m+1}{3} + \frac{m-5}{4} \leq \frac{2m+3}{6}$.
- (10p) 4. Determinați cel mai mic număr natural n pentru care inegalitatea $(x+y)^2 \leq n \cdot (x^2 + y^2)$ este adevărată pentru orice numere reale x și y .
- (10p) 5. Spunem că o mulțime A de numere reale este o mulțime **deosebită** dacă pentru orice două elemente $a, b \in A$, avem $a \cdot b \in A$.
Stabiliți, justificând evident răspunsul, care dintre următoarele mulțimi sunt **deosebite**:
 $M_1 = \{2n / n \in \mathbb{Z}\}$, $M_2 = \{3n + 2 / n \in \mathbb{Z}\}$, $M_3 = (0, 2)$, $M_4 = \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$.
- (20p) 6. Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$, $g(x) = 4 - x$.
a) Reprezentați geometric graficul funcției f ;
b) Determinați coordonatele punctului de intersecție al graficelor celor două funcții;
c) Calculați aria triunghiului determinat de axele de coordonate și graficul funcției f ;
d) Determinați câte numere întregi k satisfac inegalitatea $\frac{f(k)}{g(k)} \geq 0$.
- (10p) 7. Pe latura (BC) a unui triunghi ABC se consideră un punct M ; bisectoarele unghiurilor $\angle AMB$ și $\angle AMC$ intersectează laturile (AB) , respectiv (AC) , în punctele E și F . Demonstrați că $EF \parallel BC$ dacă și numai dacă M este mijlocul lui (BC) .

Notă: Timp de lucru – 110 minute.

Se acordă din oficiu 10 puncte.

Nu ne interesează ce știe vecinul, prietenii, colegii....

Ne interesează ce știi TU, ca să vedem ce e de făcut...

Spor la treabă!